CAPITULO 7

LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS

7. LEVANTAMIENTOS TOPOGRÁFICOS

Los levantamientos topográficos se realizan con el fin de determinar la configuración del terreno y la posición sobre la superficie de la tierra, de elementos naturales o instalaciones construidas por el hombre.

En un levantamiento topográfico se toman los datos necesarios para la representación gráfica o elaboración del mapa del área en estudio.

Las herramientas necesarias para la representación gráfica o elaboración de los mapas topográficos se estudiaron en los capítulos precedentes, en el presente capítulo estudiaremos los métodos y procedimientos utilizados en la representación de superficies.

7.1. Métodos Taquimétricos

Por definición la taquimetría, es el procedimiento topográfico que determina en forma simultánea las coordenadas Norte, Este y Cota de puntos sobre la superficie del terreno.

Este procedimiento se utiliza para el levantamiento de detalles y puntos de relleno en donde no se requiere de grandes precisiones.

Hasta la década de los 90, los procedimientos topográficos se realizaban con teodolitos y miras verticales. Con la introducción en el mercado de las estaciones totales electrónicas, de tamaño reducido, costos accesibles, funciones preprogramadas y programas de aplicación incluidos, la aplicación de la taquimetría tradicional con teodolito y mira ha venido siendo desplazada por el uso de estas estaciones.

7.1.1. Con teodolito y mira vertical

El método taquimétrico con teodolito y mira vertical se basa en la determinación óptica de distancias (capítulo 3.5) en el paso de coordenadas polares a rectangulares, descrito en el capítulo 1.1.3 y en el cálculo de nivelación taquimétrica, descrito en el capítulo 6.3.

De acuerdo con la figura 1.3, la cual reproduciremos por comodidad a continuación, se obtienen las ecuaciones 1.3 y 1.4.

$$\Delta N_{1\text{-}2} = D_{12}\cos\varphi \qquad (1.3)$$

$$\Delta E_{1\text{-}2} = D_{12}\operatorname{sen}\varphi \qquad (1.4)$$

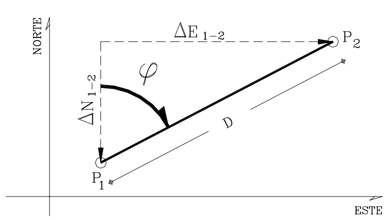


Figura 1.3

La distancia entre los puntos 1 y 2 puede ser calculada por la ecuación 3.21.

$$D = KH\cos^2\alpha$$

$$D = KH\,\operatorname{sen}^2\phi \qquad (3.21)$$

Si reemplazamos en 1.3 y 1.4 la distancia por la 3.21 nos queda:

$$\Delta N_{1\text{-}2} = KH\cos^2\alpha \; x \; \cos\varphi \qquad (7.1)$$

$$\Delta E_{1\text{-}2} = KH\cos^2\alpha \; x \; sen\varphi \qquad (7.2)$$

Para teodolitos que miden ángulos cenitales (ϕ), las proyecciones ΔN y ΔE se calculan por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\Delta N_{1\text{-}2} = KHsen^2\phi \cos\varphi \qquad (7.3)$$

$$\Delta E_{1\text{-}2} = KHsen^2\phi \, sen\varphi \qquad (7.4)$$

Recordemos que K es la constante diastimométrica, generalmente con un valor igual a 100 y H es el intervalo de mira o diferencia de lecturas entre el hilo superior y el hilo inferior.

Las ecuaciones 7.1 a 7.4 nos proporcionan las proyecciones necesarias para el cálculo de las coordenadas del punto 2 en función de las coordenadas del punto 1, por lo que las coordenadas de 2 serán:

$$N_2 = N_1 + \Delta N_{1\text{-}2} \qquad (7.5)$$

$$E_2 = E_1 + \Delta E_{1\text{-}2} \qquad (7.6)$$

El desnivel entre los puntos 1 y 2 se calcula por el método de nivelación taquimétrica descrito en 6.3, cuya ecuación se reproduce a continuación:

$$\Delta_{12} = KH\, sen\alpha.\cos\alpha + h_i - l_m \qquad (6.9)$$

$$\Delta_{12} = KH\, \cos\varphi.sen\varphi + h_i - l_m \qquad (6.10)$$

y la cota del punto 2 en función del punto 1 será

$$Q_2 = Q_1 \pm \Delta_{12}$$

Analizando las ecuaciones previas, podemos elaborar el modelo de libreta de campo para la toma de datos

Modelo de Libreta de Campo para Levantamientos Taquimétricos

		Angulos		Lecturas en Mira			
Est.	**PV**	**∠ horiz.**	**∠ vert.**	**L_s**	**L_m**	**L_i**	**Clas**
E1	BM						
h_1 =	1						
Q_1 =	2						
N =	3						
E =	E_2						
E2	E_1						
h_2	4						
Q_2	5						
N	6						
E	7						

Los puntos de estación por lo general se establecen en los vértices de una poligonal previamente levantada, cuyas coordenadas se conocen.

Para medir los ángulos horizontales de los puntos de relleno, se debe establecer una alineación de referencia entre la estación y un punto conocido, generalmente el vértice anterior (figuras 7.1.a y b) o la alineación norte (figura 7.1.c).

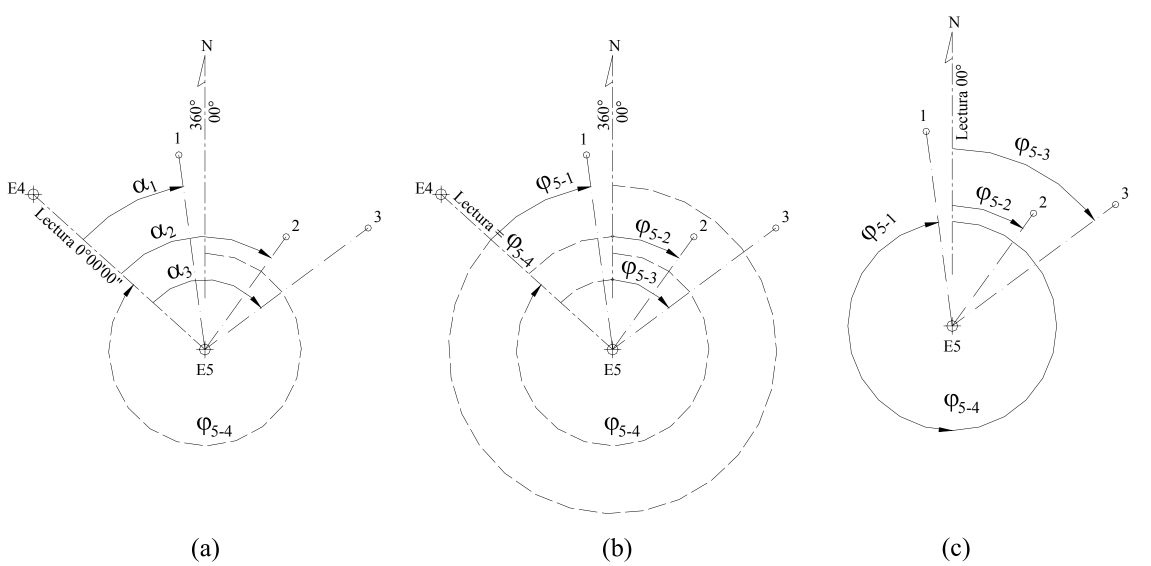


Figura 7.1. Establecimiento de la línea de referencia

En la figura 7.1.a. se ha colimado la estación E4 desde la estación E5, imponiendo una lectura al círculo horizontal de 0°00’00”, y se han medido los ángulos horizontales a los puntos 1, 2 y 3. Si conocemos el acimut de E5 a E4, los acimutes desde E5 hacia los puntos 1, 2 y 3 se calculan sumándole al acimut de referencia los ángulos horizontales medidos, teniendo cuidado de restar 360º si la suma es mayor de 360º.

En la figura 7.1.b. se ha colimado la estación E4 desde la estación E5 imponiendo al círculo horizontal una lectura igual al acimut entre E5 y E4; por lo tanto, las lecturas al círculo horizontal corresponden directamente a los acimutes desde el punto de estación E5 a los puntos 1, 2 y 3.

En levantamientos de poca precisión, en donde se puede asumir un sistema de coordenadas de referencia, es posible ubicar el norte con la ayuda de una brújula (figura 7.1.c.) imponiendo 0º00'00" en el círculo horizontal, por lo que una vez colimados los puntos de relleno las lecturas al círculo horizontal corresponden directamente a los acimutes desde el punto de estación E5 a los puntos 1, 2 y 3.

Una vez levantados los datos de campo, se procede al cálculo de las coordenadas Norte, Este y Cota de los puntos de relleno.

Hasta la aparición de las computadoras personales, el ploteo de los puntos de relleno se hacía en forma manual con la ayuda del transportador y el escalímetro; actualmente es preferible el cálculo y ploteo de las coordenadas topográficas con el uso de programas de aplicación o con la ayuda de programas de dibujo y edición gráfica.

Ejemplo 7.1.

En la tabla TE7.1 se reproducen los datos de campo de un levantamiento taquimétrico con teodolito y mira vertical con estaciones en los vértices de una poligonal de apoyo A, B, C previamente calculada. Partiendo del punto A de coordenadas conocidas se colimó al punto B, se impuso una lectura de 0º00'00" en el círculo horizontal y, finalmente, se tomaron los datos de los puntos 1, 2 y 3 que se reproducen en la tabla TE7.1.

De igual forma se procedió en las estaciones B y C.

Calcule las coordenadas de los puntos de relleno y represente gráficamente el levantamiento realizado.

Datos de la Poligonal de Apoyo

	Coordenadas		
Punto	**Norte**	**Este**	**Cota**
A	3.156,162	7.771,660	1.927,000
B	3.140,000	7.680,000	1.919,290
C	3.120,757	7.664,400	1.919,830

Tabla E7.1. Libreta de Campo

Est.	**PV**	**∠ H**	**∠ V**	**l_s**	**l_m**	**l_i**	**Clas**
A	B	0º00'00"	--	--	--	--	--
h = 1,490	1	01º34'00"	93º40'00"	3,175	2,700	2,225	
	2	359º23'00"	95º15'30"	2,918	2,550	2,183	
	3	25º55'00"	93º54'00"	1,503	1,450	1,398	
B	A	00º00'00"	--	--	--	--	
h = 1,400	4	134º17'00"	91º06'00"	0,459	0,330	0,202	
	5	143º04'00"	89º47'00"	0,860	0,780	0,700	
	6	156º19'00"	91º17'00"	0,783	0,740	0,698	
C	B	--	--	--	--	--	
h = 1,400	7	226º36'15"	88º28'15"	0,992	0,750	0,509	
	8	235º50'00"	90º18'00"	0,591	0,470	0,350	
	9	236º17'00"	90º22'00"	0,963	0,880	0,798	
	10	238º45'00"	90º02'00"	1,292	1,250	1,208	

Solución

De manera ilustrativa, resolveremos el problema de dos formas diferentes: ploteando los puntos por coordenadas polares con la ayuda del transportador y el escalímetro, y mediante el ploteo de los puntos por coordenadas rectangulares.

En el método de las coordenadas polares solo se requiere calcular las distancias horizontales por medio de la ecuación 3.22 y los desniveles y cotas por aplicación de la ecuación 6.10.

El cálculo lo haremos en forma tabulada como se indica a continuación:

Tabla E7.1.1

				Lecturas en mira				
Est.	**PV**	**∠ H**	**∠ V**	l_s	l_m	l_i	**D**	**Cota**
A	B	0º00'00"	--	--	--	--	--	1.919,29
h = 1.490	1	46º22'00"	93º40'00"	3,175	2,700	2,225	94,61	1.919,73
	2	161º23'00"	95º15'30"	2,918	2,550	2,183	72,88	1.919,23
Q = 1.927,00	3	125º55'00"	93º54'00"	1,503	1,450	1,398	10,45	1.926,33
B	A	00º00'00"	--	--	--	--	--	1.927,00
h = 1,40	4	184º17'00"	91º06'00"	0,459	0,330	0,202	25,69	1.919,87
	5	82º54'00"	89º47'00"	0,860	0,780	0,700	16,00	1.919,97
Q= 1.919,29	6	156º19'00"	91º17'00"	0,783	0,740	0,698	8,50	1.919,76
C	B	0º00'00"	--	--	--	--	--	1.919,83
h = 1,40	7	226º36'15"	88º28'15"	0,992	0,750	0,509	48,27	1.921,77
	8	168º51'00"	90º18'00"	0,591	0,470	0,350	24,10	1.920,63
Q= 1.919,83	9	120º16'00"	90º22'00"	0,963	0,880	0,798	16,50	1.920,24
	10	238º45'00"	90º02'00"	1,292	1,250	1,208	8,40	1.919,98

Una vez calculadas las distancias y cotas, se procede a plotear, a escala, por coordenadas polares, los vértices de la poligonal de apoyo, como se muestra en la figura E7.1.a.

Centrando el transportador en el vértice A y haciendo coincidir 00º00' con la alineación AB, marcamos los ángulos correspondientes a las alineaciones $\overline{A1}$, $\overline{A2}$ y $\overline{A3}$. Luego, con la ayuda del escalímetro y sobre las alineaciones marcadas, medimos las distancias horizontales, colocando a un lado de cada uno de los puntos determinados las cotas correspondientes.

De igual forma procedemos desde la estación B, haciendo coincidir el cero del transportador con la alineación $\overline{BA}$, determinando las alineaciones $\overline{B4}$, $\overline{B5}$ y $\overline{B6}$, midiendo, sobre dichas alineaciones, las distancias horizontales y colocando en cada uno de los puntos determinados las cotas correspondientes.

Repetimos el procedimiento centrando el transportador en el punto C y haciendo coincidir el cero con la alineación $\overline{CB}$.

Nótese que en la figura E7.1.a los ángulos fueron medidos en sentido horario, mismo sentido en que se midieron en el campo.

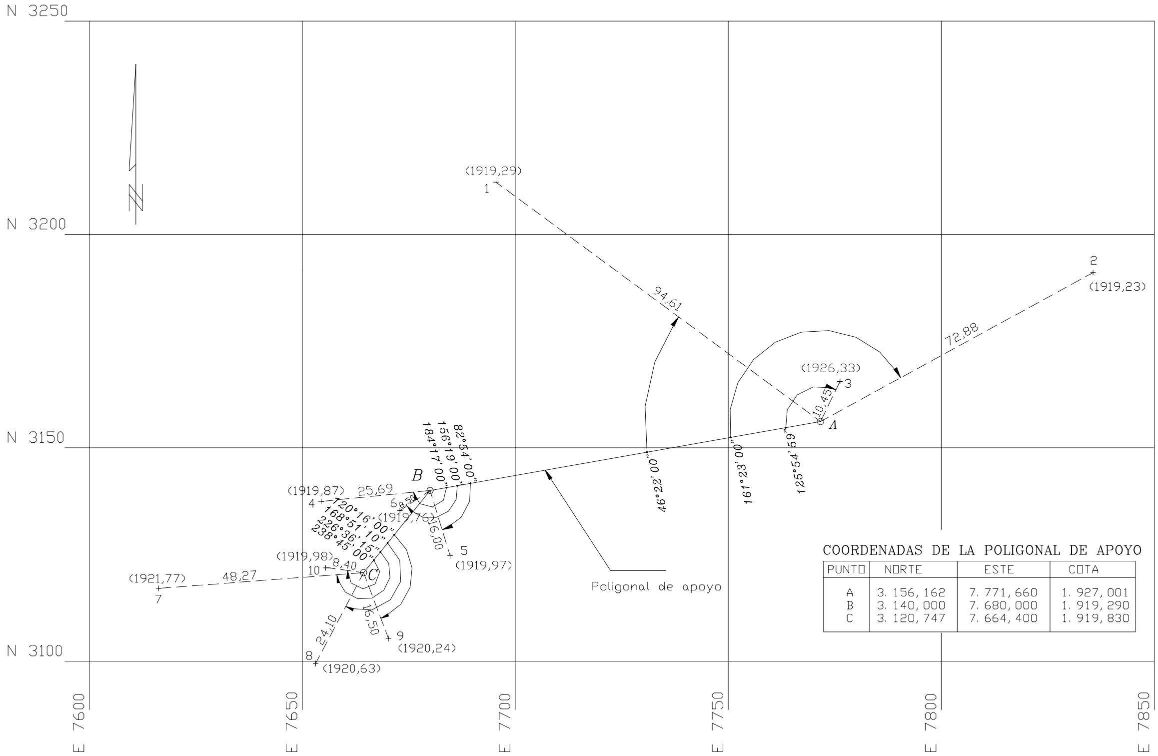


Figura E7-1.a

En la solución del problema por el ***método de coordenadas rectangulares***, es necesario calcular los acimutes de cada una de las alineaciones para la aplicación de las ecuaciones 7.3 y 7.4.

Acimut de $\overline{AB}$

Para calcular el acimut de $\overline{AB}$, aplicamos la ecuación 1.2.

$$\tan \alpha_{A-B} = \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} = \frac{7.680{,}000 - 7.771{,}660}{3.140{,}000 - 3.156{,}162} = \frac{-91{,}660}{-16{,}162}$$

Como ambos signos son negativos, el rumbo pertenece al IIIc, dirección SO (capítulo 1.1.1., p.1.2).

$$\alpha_{AB} = arctg\left(\frac{-91{,}660}{-16{,}162}\right) = 5{,}671328$$

$$\alpha_{AB} = S80º00'00''O$$

$$\varphi_{AB} = \alpha_{AB} + 180º = 260º00'00''$$

$$\varphi_{AB} = 260º00'00''$$

Acimut entre $\overline{BA}$

por definición:

$$\varphi_{BA} = \varphi_{AB} - 180^o$$
$$\varphi_{BA} = 80^o00'00''$$

Acimut entre CB

$$\tan\alpha_{CB} = \frac{E_B - E_C}{N_B - N_C} = \frac{7.680{,}000 - 7.664{,}400}{3.140{,}000 - 3.120{,}747} = \frac{15{,}600}{19{,}253}$$

Por ser ambos signos positivos es un rumbo NE perteneciente al Ic.

$$\alpha_{CB} = arctg\left(\frac{15{,}600}{19{,}253}\right) = 0{,}810263$$
$$\alpha_{CB} = N39^o01'00''\ E$$
$$\varphi_{CB} = \alpha_{CB}\ (Por\ ser\ Ic)$$
$$\underline{\varphi_{CB} = 39^o01'00''}$$

Los cálculos de los acimutes y de las coordenadas de los puntos de relleno se resumen en la siguiente tabla.

Tabla E7.1.2

				1				2	3	4
Est.	**PV**	**∠ H**	**∠ V**	**Acimut**	**l_s**	**l_m**	**l_i**	**Norte**	**Este**	**Cota**
A	B	0º00'00"	--	260º00'00"	--	--	--	3.156,162	7.771,660	1.919,29
h = 1.490	1	46º22'00"	93º40'00"	306º22'00"	3,175	2,700	2,225	3.212,261	7.695,476	1.919,73
Q =1.927,00	2	161º23'00"	95º15'30"	61º23'00"	2,918	2,550	2,183	3.191,068	7.835,637	1.919,23
	3	125º55'00"	93º54'00"	25º55'00"	1,503	1,450	1,398	3.165,561	7.776,227	1.926,33
B	A	00º00'00"	--	80º00'00"	--	--	--	3.140,000	7.680,000	1.927,00
h = 1,40	4	184º17'00"	91º06'00"	264º17'00"	0,459	0,330	0,202	3.137,441	7.654,438	1.919,87
	5	82º54'00"	89º47'00"	162º54'00"	0,860	0,780	0,700	3.124,707	7.684,705	1.919,97
Q=1.919,29	6	156º19'00"	91º17'00"	236º19'00"	0,783	0,740	0,698	3.135,286	7.672,926	1.919,76
C	B	0º00'00"	--	39º01'00"	--	--	--	3.120,747	7.664,400	1.919,83
h = 1,40	7	226º36'15"	88º28'15"	265º37'15"	0,992	0,750	0,509	3.117,061	7.616,271	1.921,77
	8	168º51'00"	90º18'00"	207º52'10"	0,591	0,470	0,350	3.099,442	7.653,134	1.920,63
Q=1.919,83	9	120º16'00"	90º22'00"	159º17'00"	0,963	0,880	0,798	3.105,314	7.670,237	1.920,24
	10	238º45'00"	90º02'00"	277º46'00"	1,292	1,250	1,208	3.121,882	7.656,077	1.919,98

La columna 1 se calcula sumándole al acimut de la alineación de referencia los ángulos horizontales medidos; en caso de que la suma sea mayor de 360º, se debe restar 360º al valor obtenido.

A manera demostrativa calcularemos el acimut de A a 2.

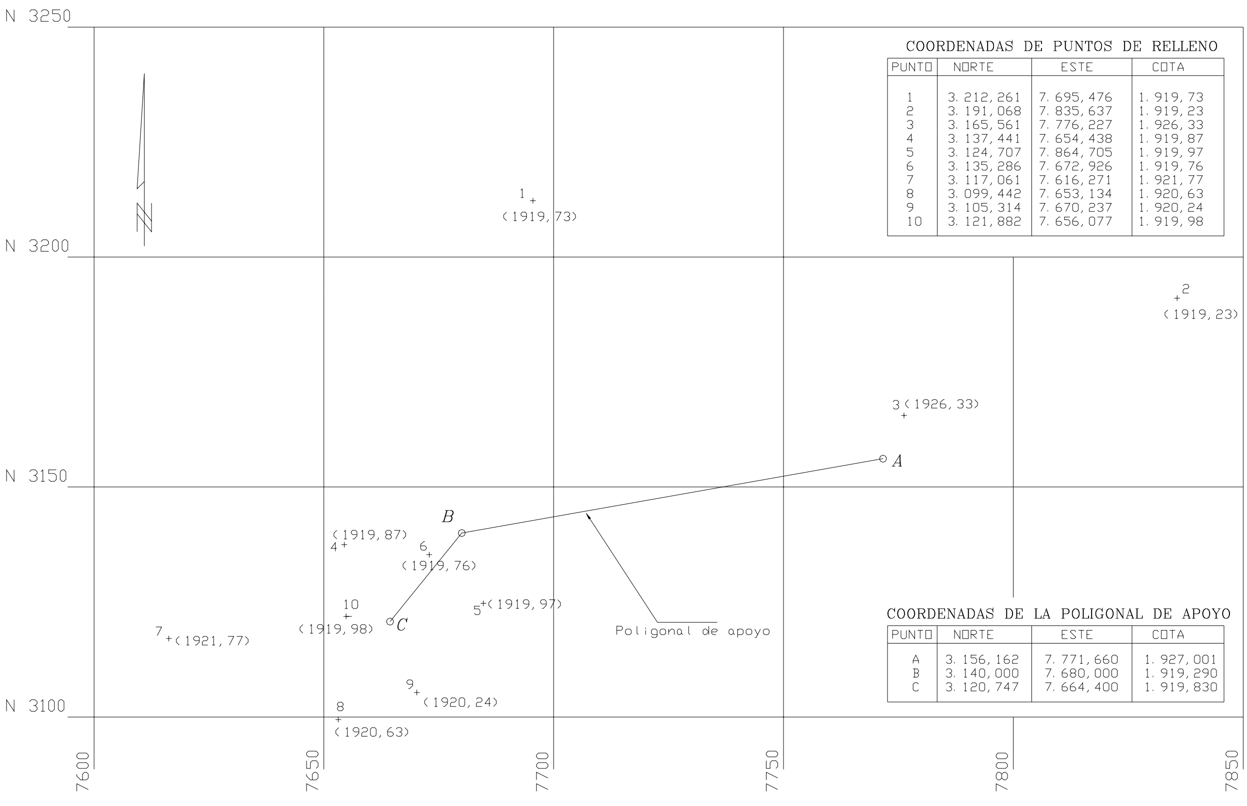
$$\varphi_{A2} = 260^o00'00'' + 161^o23'00'' = 421^o23'00'' > 360^o$$
$$\varphi_{A2} = 421^o23'00'' - 360^o = 61^o23'00''$$
$$\varphi_{A2} = 61^o23'00''$$

La columna 2 se calcula aplicando las ecuaciones 7.3 y 7.5.

La columna 3 se calcula aplicando las ecuaciones 7.4 y 7.6.

La columna 4 se calcula aplicando las ecuaciones 6.1 y 6.10.

Luego se procede al ploteo de las coordenadas Norte y Este, calculadas colocando en cada punto el valor de la cota correspondiente. El resultado final se muestra en la figura E.7.1.b.



COORDENADAS DE PUNTOS DE RELLENO

PUNTO	NORTE	ESTE	COTA
1	3.212,261	7.695,476	1.919,73
2	3.191,068	7.835,637	1.919,23
3	3.165,561	7.776,227	1.926,33
4	3.137,441	7.654,438	1.919,87
5	3.124,707	7.864,705	1.919,97
6	3.135,286	7.672,926	1.919,76
7	3.117,061	7.616,271	1.921,77
8	3.099,442	7.653,134	1.920,63
9	3.105,314	7.670,237	1.920,24
10	3.121,882	7.656,077	1.919,98

COORDENADAS DE LA POLIGONAL DE APOYO

PUNTO	NORTE	ESTE	COTA
A	3.156,162	7.771,660	1.927,001
B	3.140,000	7.680,000	1.919,290
C	3.120,747	7.664,400	1.919,830

Figura E7-1b

7.1.2. Con Estación Total

Una de las grandes ventajas de levantamientos con estación total es que la toma y registro de datos es automática, eliminando los errores de lectura, anotación, transcripción y cálculo; ya que con estas estaciones la toma de datos es automática (en forma digital) y los cálculos de coordenadas se realizan por medio de programas de computación incorporados a dichas estaciones.

Generalmente estos datos son archivados en formato ASCII para poder ser leídos por diferentes programas de topografía, diseño geométrico y diseño y edición gráfica.

Ejemplo 7.2

En la figura E7.2 se representa gráficamente el levantamiento topográfico de un sector urbano con el uso de una estación total.

Las coordenadas de los puntos 1 al 20 fueron procesados directamente por la estación total y archivados en formato digital, para luego ser leídas y ploteadas por el programa de aplicación utilizado.

Finalmente, el dibujo es completado mediante la edición gráfica, con los datos acotados, levantados con la cinta métrica.

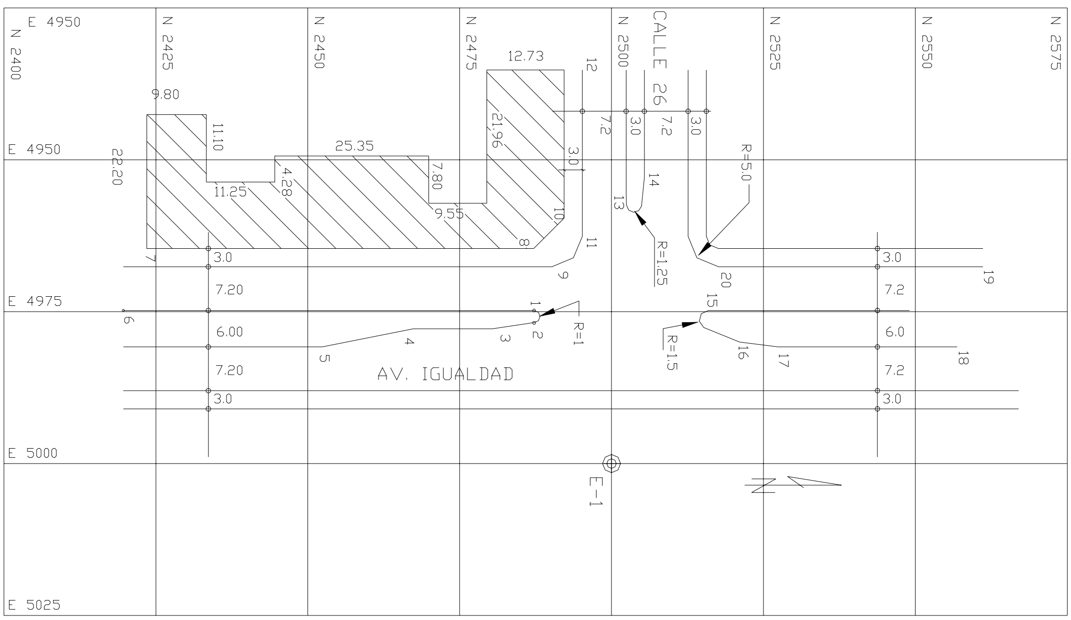


Figura E7-2

Modelo de Salida de Datos de la Estación Total

*** LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO**
*** CON ESTACION TOTAL**
*** INTERSECCION VIAL**
*** AV. IGUALDAD C/C 26**
*** JUNIO 06 2001**

*PTO	NORTE	ESTE	COTA	OBS	PTO	NORTE	ESTE	COTA	OBS
90	2500.000	5000.000	154.32	EST					
1	2486.998	4974.804	154.65	BC	11	2495.192	4962.604	154.90	BC
2	2487.248	4976.846	154.62	BC	12	2495.192	4935.200	155.17	BC
3	2480.392	4977.804	154.58	BD	13	2502.448	4957.474	154.92	BC
4	2467.392	4977.804	154.56	BC	14	2505.392	4952.804	154.93	BC
5	2452.392	4980.804	154.41	BC	15	2515.903	4974.804	155.01	BC
6	2419.637	4974.804	154.09	BC	16	2521.076	4979.993	155.03	BC
7	2423.518	4964.604	154.12	EDF	17	2527.392	4980.804	155.07	BC
8	2487.192	4964.604	154.90	EDF	18	2556.897	4980.804	155.30	BC
9	2490.192	4967.604	154.91	BC	19	2561.143	4967.604	155.35	BC
10	2490.192	4967.604	154.91	EDF	20	2517.592	4967.604	155.03	BC

7.2. Representación Gráfica del Relieve del Terreno

7.2.1. El Plano acotado

Un punto en el espacio queda perfectamente definido por sus coordenadas P(N,E,Z), tal y como se muestra en la figura 7.2.

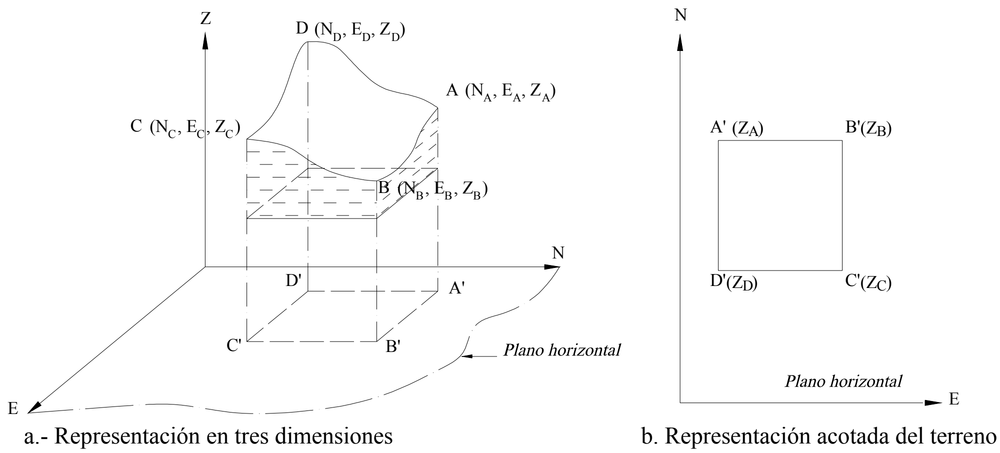


Figura 7.2 Representación gráfica de una superficie de terreno

En los capítulos precedentes se estudiaron los diferentes métodos y procedimientos para definir un punto de la superficie terrestre mediante sus correspondientes coordenadas (Norte, Este, Cota).

Con estas coordenadas debemos representar en forma más exacta posible el relieve de la superficie del terreno. Para lograr esto, es necesario definir por sus coordenadas un número bastante grande de puntos, por lo que la representación gráfica en tres dimensiones se haría bastante complicada y laboriosa (figura 7.2.a). Para simplificar el proceso de representación se acostumbra hacer uso de un plano horizontal, en el cual se plotean, sobre un sistema de coordenadas rectangulares planas, las coordenadas Norte y Este de cada uno de los puntos, y la coordenada Z, la cual no se puede representar gráficamente en el sistema de coordenadas escogido; se acota con su valor al lado del punto, como se hizo en las figuras E7.1.a y E.7.1.b. Este tipo de representación se conoce como proyección acotada (figura 7.2.b).

Para la elaboración de un mapa topográfico se requiere determinar un número bastante grande de puntos, los cuales al ser representados en proyección acotada formaran el plano acotado del terreno (figura 7.3.)

Como se puede observar en la figura 7.3, el plano acotado no permite una visualización continua y rápida de las formas del relieve del terreno: por ejemplo, montañas, llanuras, mesetas, valles, etc.: es decir, no permite visualizar gráficamente el terreno en tres dimensiones; por lo que se hace necesario buscar algún procedimiento para la representación del relieve.

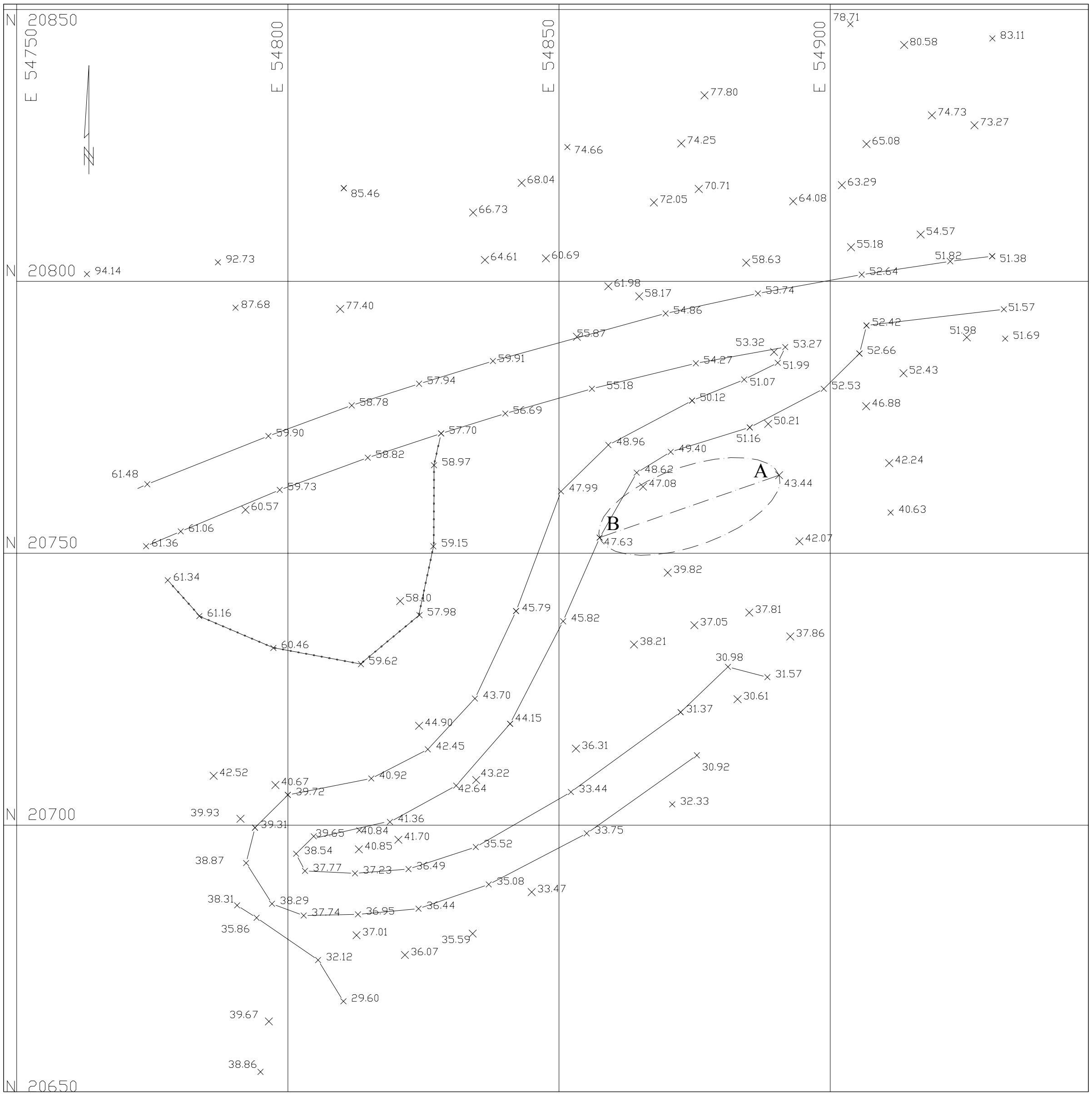


Figura 7.3. Ejemplo de plano acotado de una superficie levantada

Diferentes métodos han sido propuestos para la visualización del relieve, algunos de los cuales son descritos en forma sencilla por Arocha[1]. En este texto nos limitaremos exclusivamente al métodos de las ***curvas de nivel*** por ser el método más empleado en el campo de la Ingeniería Civil.

[1] Arocha J.L. (1989) *El Mapa Topográfico y su Representación.* Universidad Central de Venezuela: Ediciones de la Biblioteca, , pp- 23-34.

7.2.2. Las Curvas de Nivel

Es el método más empleado para la representación gráfica de las formas del relieve de la superficie del terreno, ya que permite determinar, en forma sencilla y rápida, la cota o elevación del cualquier punto del terreno, trazar perfiles, calcular pendientes, resaltar las formas y accidentes del terreno, etc.

Una ***curva de nivel*** es la traza que la superficie del terreno marca sobre un plano horizontal que la intersecta, por lo que podríamos definirla como la línea continua que une puntos de igual cota o elevación.

Si una superficie de terreno es cortada o interceptada por diferentes planos horizontales, a diferentes elevaciones equidistantes entre sí, se obtendrá igual número de curvas de nivel, las cuales al ser proyectadas y superpuestas sobre un plano común, representarán el relieve del terreno. El concepto de curvas de nivel se ilustra en la figura 7.4.

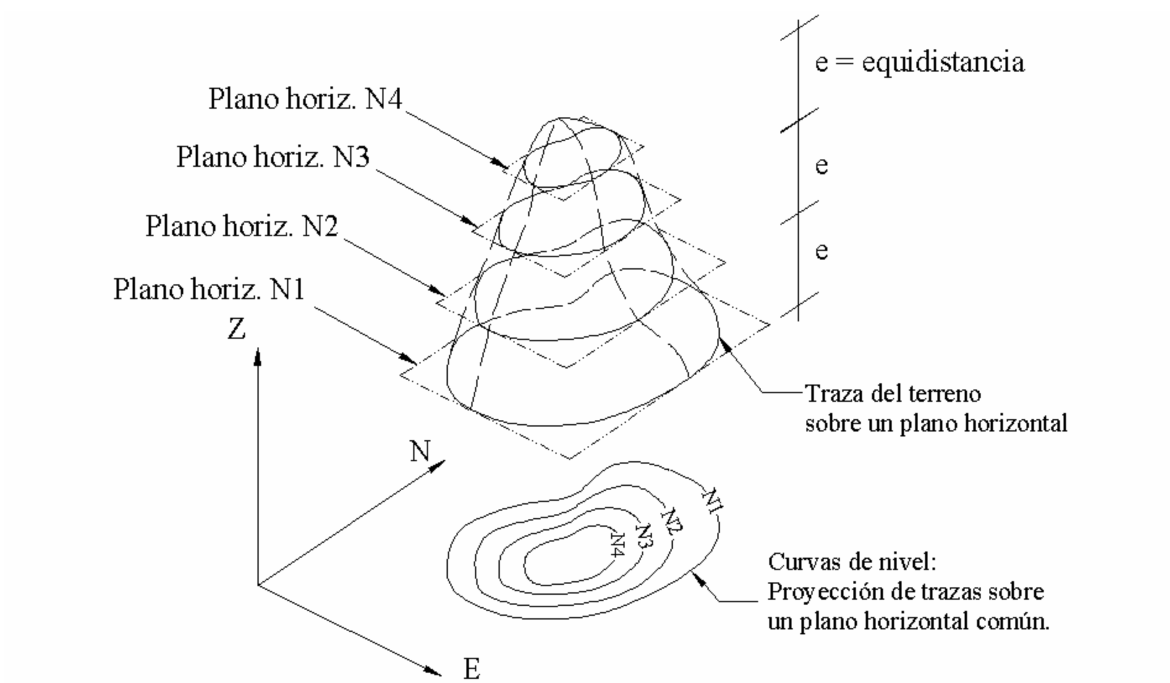


Figura 7.4. Representación del concepto de curvas de nivel

7.2.2.1. Equidistancia.

La distancia vertical o desnivel entre dos curvas consecutivas es constante y se denomina ***equidistancia.***

El valor de la equidistancia depende de la escala y de la precisión con que se desea elaborar el mapa. Como norma general se recomienda se utilice la equidistancia normal (e_n), definida como la milésima parte del denominador de la escala, expresada analíticamente según la siguiente ecuación.

$$e_n = D_{escala}/1.000 \quad (7.7)$$

en donde,

e_n = *equidistancia normal.*
D_{escala} = *denominador de la escala.*

Ejemplo 7.3.

Cuál será el valor de la equidistancia normal ($\boldsymbol{e_n}$) recomendado para la elaboración de un plano de curvas de nivel a escala 1/2.000.

Solución

El valor recomendado será el valor de la equidistancia normal calculado por la ecuación 7.7.

$$e_n = 2.000/1.000 = 2\ m$$
$$e_n = 2\ m$$

7.2.3. Métodos para la Determinación de las Curvas de Nivel

Una vez realizado el levantamiento topográfico por cualquiera de los métodos que estudiaremos más adelante en el capítulo 7.3, (cuadrículas, radiación, secciones, etc.), y determinadas las coordenadas Norte, Este y cota de puntos sobre la superficie del terreno, se procede a la elaboración del plano acotado.

Como las curvas de nivel son líneas que unen los puntos de cotas enteras de igual elevación, y en el trabajo de campo difícilmente se obtienen las cotas enteras, es necesario recurrir a un proceso de ***interpolación lineal*** entre puntos consecutivos, para ubicar dentro del plano acotado los puntos de igual elevación.

El proceso de interpolación, como se mencionó anteriormente, es un proceso de interpolación lineal, ya que en la determinación de detalles se toman las cotas de los puntos de quiebre del terreno, por lo que la cota o elevación del terreno varía uniformemente entre un punto y otro.

Finalmente, determinada la ubicación de los puntos de igual elevación, procedemos a unirlos por medio de líneas continuas completando de esta manera el plano a curvas de nivel.

A continuación describiremos los métodos más comunes y prácticos de interpolación para la ubicación de las "cotas enteras" o "redondas".

7.2.3.1. Método Analítico

Supongamos que tenemos el plano de la figura 7.3 y que deseamos determinar las cotas redondas a cada metro que existen entre los puntos A y B.

Conociendo que la variación de la cota entre los puntos A y B es lineal, como hemos dicho anteriormente, podemos proceder de la siguiente manera:

a) Determinar el desnivel entre los puntos A y B.
$\Delta_{A\text{-}B} = (47,63 - 43,44) = 4,19 \Rightarrow \Delta_{A\text{-}B} = 4,19$ m

b) Determinar la distancia horizontal entre A y B
$D_{A\text{-}B} = 35,00$ m.

c) Determinar las diferencias de nivel entre la cota menor o cota de referencia y cada una de las cotas enteras existentes entre A y B.

Δ_1 = 44,00 - 43,44 = 0,56 m
Δ_2 = 45,00 - 43,44 = 1,56 m
Δ_3 = 46,00 – 43,44 = 2,56 m
Δ_4 = 47,00 – 43,44 = 3,56 m
Δ_{AB} = 47,63 – 43,44 = 4,19 m

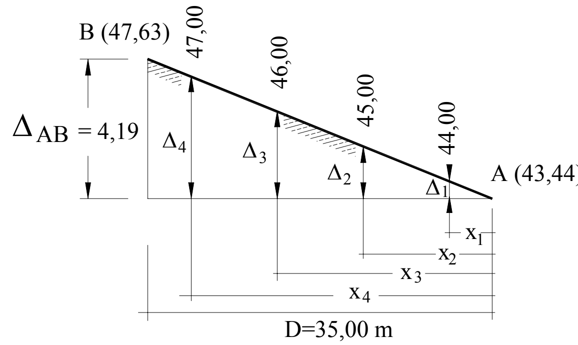


Figura 7.5. Interpolación analítica.

d) Por relación de triángulos determinamos los valores de $x_1, x_2, \ldots x_n$, que representan las distancias horizontales entre el punto de menor cota o cota de referencia y los puntos de cota entera (figura 7.5).
La ecuación para el cálculo de los valores de x_i se reproduce a continuación,

$$x_i = (D_t/\Delta_t) * \Delta_i \qquad (7.8)$$

en donde,

Δ_t = *desnivel total entre los puntos extremos*
D_t = *distancia horizontal entre los puntos extremos*
Δ_i = *desnivel parcial entre el punto de cota redonda y el punto de menor cota*
x_i = *distancia horizontal entre el punto de menor cota y el punto de cota redonda a ser ubicado*

Aplicando la ecuación 7.8 se obtienen los valores de x_i. Los cálculos en forma tabulada se reproducen a continuación.

Cota entera	Desnivel parcial	Distancia X_i
44	0,56	4,7
45	1,56	13,0
46	2,56	21,4
47	3,56	29,7
47,63	4,19	35,0

e) Luego, sobre el plano horizontal y a la escala del mismo, se hace coincidir el cero del escalímetro con el punto de menor cota, y a partir de éste se miden los valores calculados de x_i, determinando así la ubicación en el plano de la cota entera buscada.

f) Este proceso se repite para cada par de puntos adyacentes en el plano acotado.

g) Finalmente se procede a unir los puntos de igual cota para obtener las curvas de nivel correspondiente.

7.2.3.2. Método Gráfico

El método gráfico está basado en el teorema de proporcionalidad de Thales, cuyo enunciado se reproduce a continuación:

"Si varias rectas paralelas cortan dos líneas transversales, determinan en ellas segmentos correspondientes proporcionales".

La figura 7.6. representa gráficamente el teorema de Thales.

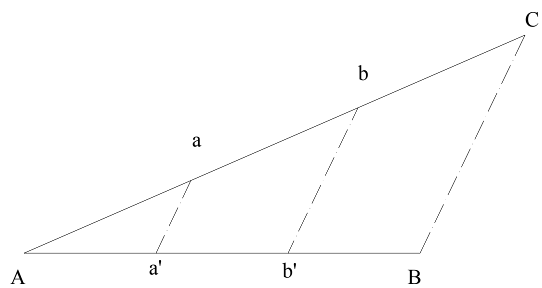


Figura 7.6. Representación gráfica del Teorema de Thales

En la figura 7.6 ***AB*** y ***AC*** son rectas transversales y aa' y bb' son rectas paralelas a ***CB***, por lo tanto, según el teorema de Thales tenemos:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{Aa}{Aa'} = \frac{Ab}{Ab'} = \frac{ab}{a'b'}$$

Este mismo principio es aplicado para ubicar puntos de cota entera entre dos puntos del plano acotado.

El procedimiento de interpolación gráfica será descrito con la ayuda de la figura 7.7 en la que deseamos ubicar los puntos de cota entera con equidistancia de 1 m que existen entre los puntos ***A-B*** de la figura 7.3.

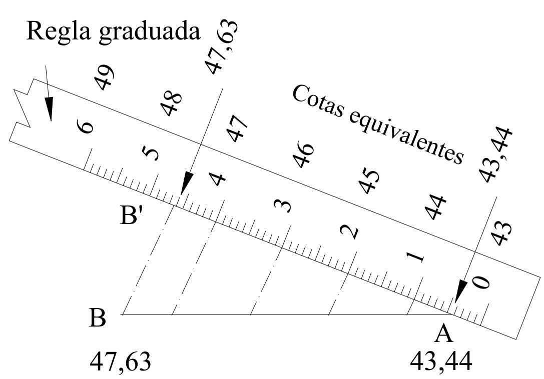


Figura 7.7. Procedimiento de interpolación gráfica

Procedimiento:

- Por el punto de menor cota (punto A) trazamos en recta arbitraria (AB’).
- Alineando el escalímetro sobre AB’ y a una escala conveniente, hacemos coincidir la parte decimal de la cota del punto A (0,44) con el punto A representado.
- Como se desea ubicar las cotas enteras con equidistancia de 1 m, marcamos sobre la alineación ***AB’*** los puntos intermedios ***1, 2, 3, 4 y B’*** que representarán las cotas ***44, 45, 46, 47 y 47,63***, respectivamente.
- Por el punto ***B’***, que representa la cota 47,63 trazamos una línea que pase por ***B***, determinando de esta manera la alineación ***BB’***.
- Trazamos paralelas a ***BB’*** por los puntos ***1, 2, 3 y 4*** hasta interceptar la línea ***AB***.
- Por el principio de proporcionalidad de Thales, los puntos interceptados definen la ubicación de las cotas 44, 45, 46 y 47 sobre la línea ***AB***.
  Nótese que en la interpolación gráfica, la escala utilizada para dividir la recta auxiliar no influye en el resultado final.
- Se repite el proceso indicado para cada par de puntos adyacentes.
- Finalmente se procede a unir los puntos de igual cota para obtener las curvas de nivel correspondiente.

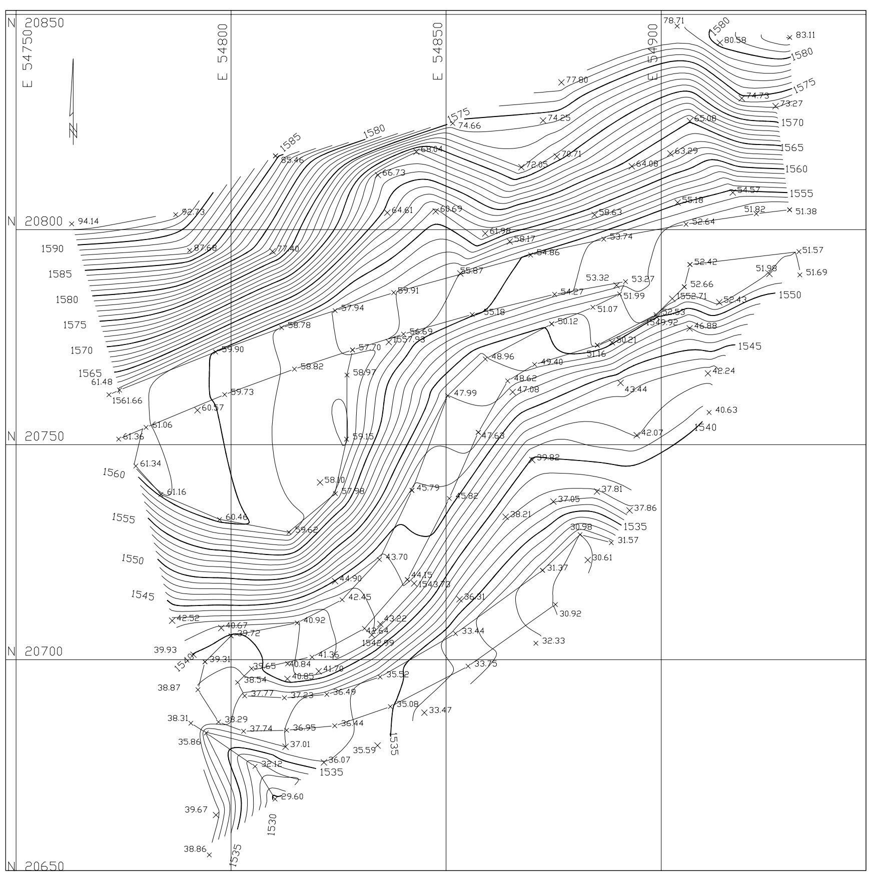


Figura 7.8. Plano de curvas de nivel obtenido a partir de los datos de la figura 7.3.

Ejemplo 7.4

Dado el plano acotado de la figura E7.4, elabore el plano a curvas de nivel con equidistancia de 1m.

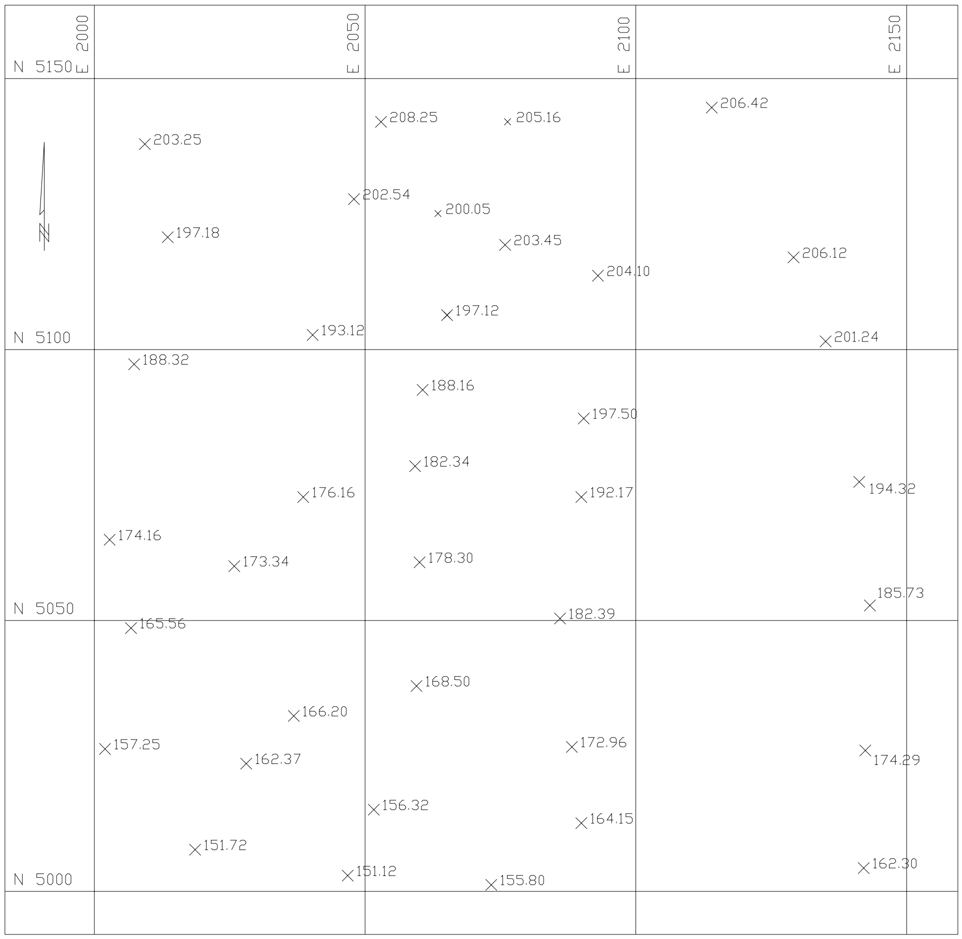


Figura E7.4

Solución

Aunque ambos métodos son de fácil aplicación, el método de interpolación analítica es el método más recomendado por su rapidez y por requerir menos marcas sobre el papel, evitando confusiones en el momento del trazado de las curvas.

En la figura E7.4.b se puede observar la red de triángulos que se utilizó para la interpolación. La interpolación se realizó sobre los lados de cada uno de los triángulos. Es importante advertir que los triángulos solamente se marcaron de manera ilustrativa, ya que en el proceso de interpolación y trazado de las curvas de nivel solamente se requiere marcar los puntos correspondientes a las cotas enteras. En la figura E7.4.c. se muestran las curvas de nivel obtenidas.

Para facilidad de lectura e interpretación de las curvas de nivel, se recomienda, de acuerdo a la escala del mapa, que cada cierto número de curvas (5 en nuestro ejemplo), se tracen ***curvas guías*** con un espesor mayor que las curvas normales y que las mismas sean acotadas convenientemente.

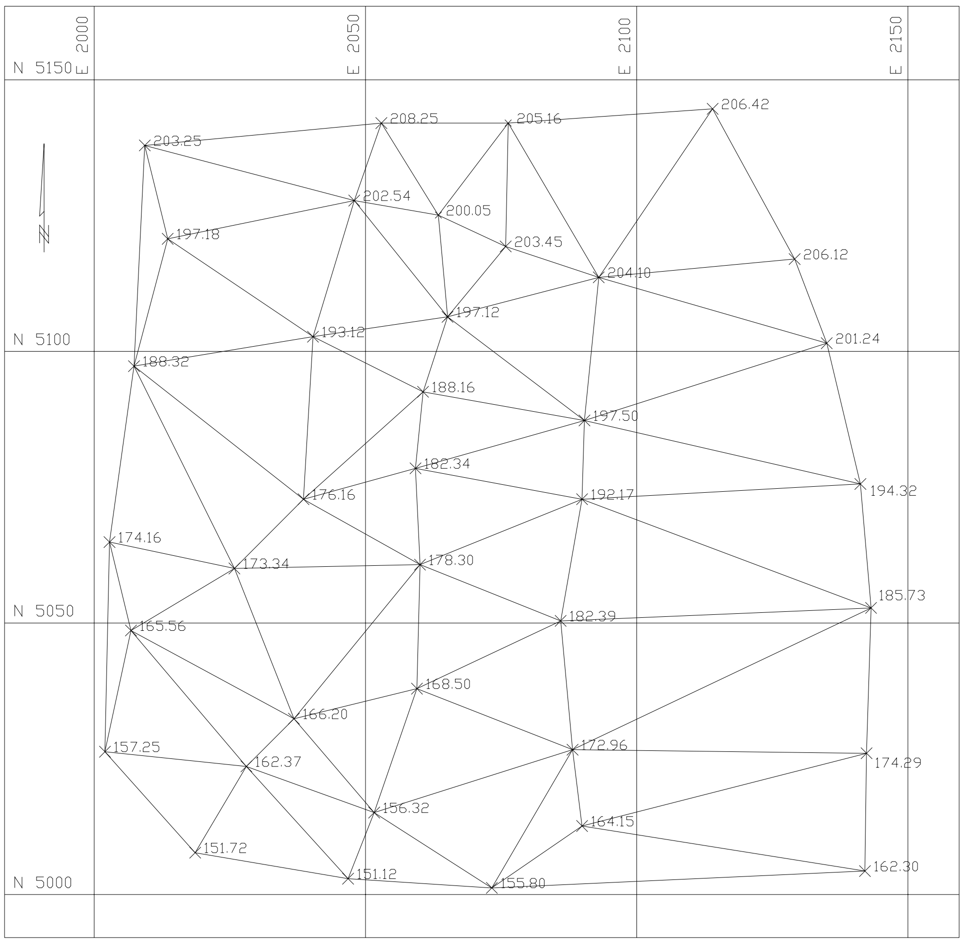


Figura E.7.4.b. Red de triángulos utilizados en la interpolación

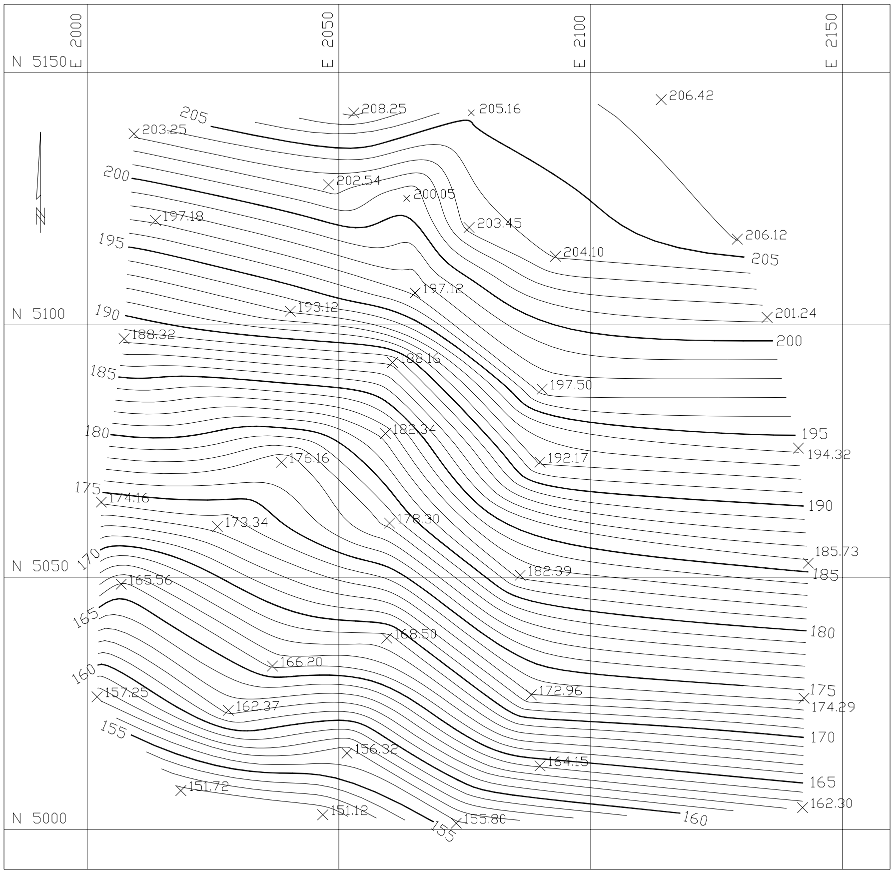


Figura E.7.4.c. Plano de curvas de nivel

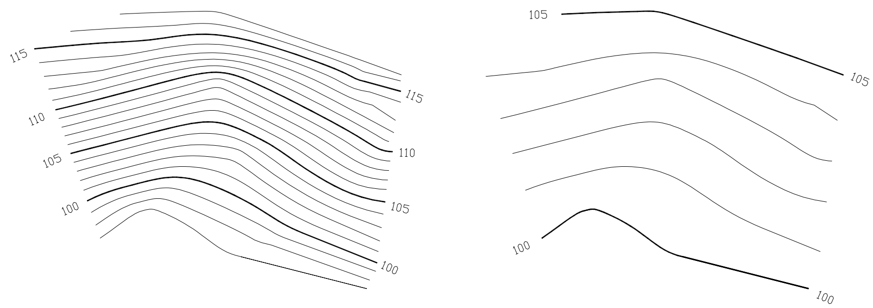
7.2.4. Características de las Curvas de Nivel

- Debido a que la superficie de la tierra es una superficie continua, las curvas de nivel son líneas continuas que se cierran en sí mismas, bien sea dentro o fuera del plano, por lo que no se deben interrumpir en el dibujo.

- Las curvas de nivel nunca se cruzan o se unen entre sí, salvo en el caso de un risco o acantilado en volado o en una caverna, en donde aparentemente se cruzan pero están a diferente nivel.

- Las curvas de nivel nunca se bifurcan o se ramifican.

- La separación entre las curvas de nivel indican la inclinación del terreno. Curvas muy pegadas indican pendientes fuertes (figura 7.9.a), curvas muy separadas indican pendientes suaves (figuras 7.9.b).



a.- Vertiente con pendiente pronunciada b.- Vertiente con pendiente suave

Figura 7.9. Vertientes con diferente inclinación

- Curvas concéntricas cerradas, en donde las curvas de menor cota envuelven a las de mayor cota indican un cerro o colina (figura 7.10.a).

a.- Elevación *b.- Depresión*

Figura 7.10 Curvas concéntricas

- Curvas concéntricas cerradas, donde las curvas de mayor cota envuelven a las de menor cota indican una depresión (figura 7.10.b).

- Curvas con dos vertientes o laderas en forma de U, donde las curvas de menor cota envuelven a las de mayor cota representan estribos o elevaciones. La línea de unión de las dos vertientes por la parte central de la forma de U representa la divisoria de las vertientes (figura 7.11.a).

- Curvas con dos vertientes o laderas en forma de V, donde las curvas de mayor cota envuelven a las de menor cota representan un valle o vaguada. La línea de unión de las dos vertientes por la parte central de la forma V indica la línea de menor cota del valle (figura 7.11.b).

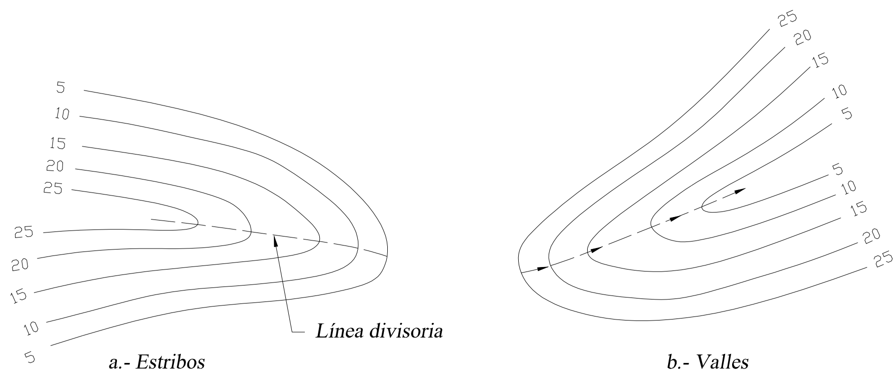


Figura 7.11. Formas características de estribos y valles

7.3. Levantamiento y Representación de Superficies

El método de campo a utilizar para el levantamiento y representación de superficies depende de múltiples factores entre los cuales podemos mencionar:

- Area de estudio.
- Escala del mapa.
- Tipo de terreno.
- Equidistancia de las curvas de nivel.
- Características y tipo de proyecto a desarrollar.
- Equipo disponible.

Entre los métodos más comunes empleados tenemos:

- Método de la cuadrícula.
- Método de radiación.
- Método de secciones transversales.

7.3.1. Método de la Cuadrícula

Este método se utiliza para levantamiento de áreas pequeñas, en terrenos planos, con pendientes uniformes de baja vegetación.

El método consiste en trazar sobre el terreno un sistema reticular de 5, 10 ó 20 m de lado con la ayuda de cintas métricas, teodolito, nivel, escuadras; dependiendo de la precisión requerida.

Cada intersección de la cuadrícula es marcada con una estaca o ficha e identificada por una letra y un número, tal y como se muestra en la libreta de campo de la figura 7.12.

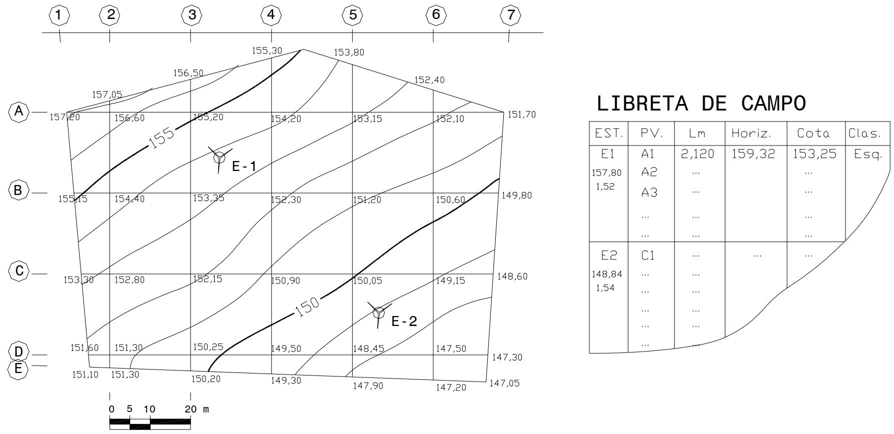


Figura 7.12 Levantamiento por cuadrícula

Luego se estaciona el nivel en un punto conveniente, cercano al centro del área a levantar, desde donde se puedan tomar lecturas a la mira en el mayor número de intersecciones. Conocida la cota o elevación de la estación y con las lecturas a la mira, se calculan las cotas de los puntos de intersección.

En caso de ser requerido un cambio de estación, se debe tener cuidado de calcular la cota de la nueva estación antes de mudar el nivel.

Finalmente, se elabora el plano acotado, se interpola y se trazan las curvas de nivel (figura 7.12).

7.3.2. Método de Radiación

El método de radiación es el método comúnmente empleando en levantamientos de superficies de mediana y gran extensión, en zonas de topografía accidentada, con vegetación espesa.

Este método se apoya en una poligonal base previamente levantada a partir de cuyos vértices se hacen radiaciones a fin de determinar la ubicación de los puntos de relleno y de detalles.

Los equipos utilizados para levantamiento por radiación son el teodolito y mira vertical o estación total y prisma.

En caso de utilizar teodolito y mira vertical, se deben anotar los ángulos verticales y horizontales y las lecturas a la mira con los hilos distanciométricos.

Cuando se usa estación total con prisma, generalmente los puntos quedan grabados automáticamente por sus coordenadas, en un archivo con formato ASCII en la libreta de campo electrónica.

En la figura 7.13 se representa un levantamiento por radiación con apoyo en la poligonal E1-E2-E3.

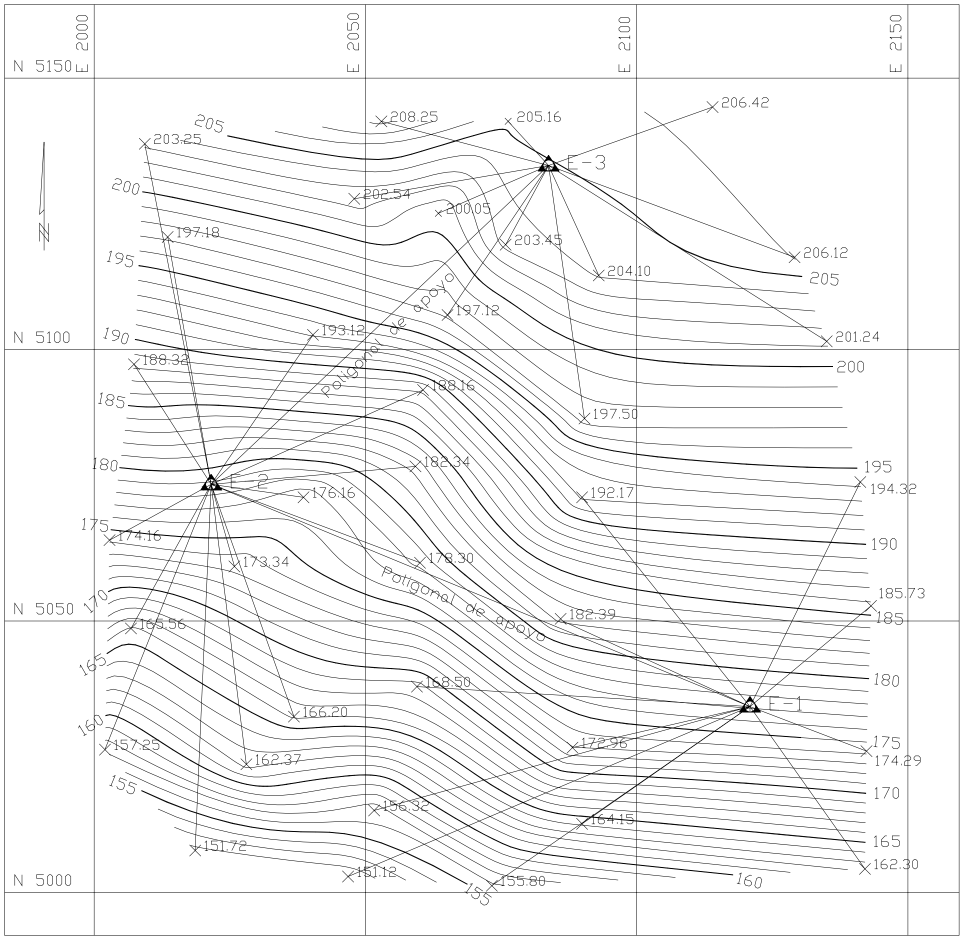


Figura 7.13. Levantamiento por radiación

7.3.3. Método de Secciones Transversales

Este método es el método comúnmente utilizado en levantamientos para estudio y proyectos de carreteras y ferrocarriles.

Al igual que en el método de radiación, se debe establecer previamente una o varias poligonales de apoyo, niveladas y compensadas.

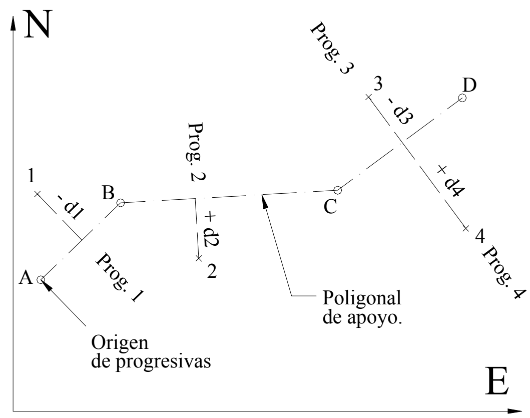
Sobre sus lados se trazan, con la ayuda de la escuadra de prisma o de un teodolito, líneas perpendiculares sobre las cuales se tomarán los datos necesarios para la construcción de las ***secciones transversales.***

La separación entre secciones depende del tipo de terreno, recomendándose secciones a cada 20 m en terreno de montaña y a cada 40 m en terreno llano.

El ancho de la sección transversal a cada lado del eje de la poligonal de apoyo dependerá de las características del proyecto a realizar, generalmente en función del derecho de vía.

Los puntos de detalle sobre las secciones transversales se ubican midiendo la distancia a partir del eje de la poligonal y determinando la cota correspondiente. La ubicación del punto con respecto al eje de la poligonal usualmente se indica con signo negativo si es a la izquierda o con signo positivo si es a la derecha.

Este sistema de referenciación de puntos se conoce como ***coordenadas curvilíneas*** y se representa en la figura 7.14.



	Coord. Curv.	
Pto.	Prog.	Dist.
1	Prog.1	- d1
2	Prog.2	+ d2
3	Prog.3	- d3
4	Prog.4	+ d4

Figura 7.14 Sistema de Coordenadas Curvilíneas

En la figura 7.14, los puntos 1, 2, 3 y 4, quedan definidos en función de la poligonal de referencia ***A, B, C, D,*** mediante la progresiva o distancia acumulada desde el origen y la distancia, sobre la perpendicular, desde el eje hasta el punto considerado.

Es costumbre anotar los datos en forma fraccionaria colocando en el numerador la distancia al eje y en el denominador la cota correspondiente como se indica a continuación

$$\frac{24}{152{,}30} \begin{array}{l} \rightarrow \; \textit{distancia al eje} \\ \rightarrow \; \textit{Cota del punto} \end{array}$$

Ejemplo 7.5.

Con los datos de la tabla TE7.5, los cuales corresponden al levantamiento por secciones de un tramo para el proyecto de una vía, construya el plano acotado a escala 1:1.000 y trace las curvas de nivel con e = 1 m.

Solución

El primer paso corresponde al ploteo, por coordenadas rectangulares de los vértices de la poligonal E-1, E-2 y E-3.

Luego, sobre los lados de la poligonal, en las progresivas indicadas, trazamos rectas perpendiculares con un ancho aproximado de 50 m (25 m a cada lado del eje).

Sobre estas rectas o secciones transversales se ubican, a las distancias al eje indicadas, las cotas correspondientes, quedando de esta manera representado por el plano acotado.

Finalmente, por cualquiera de los métodos estudiados, procederemos al trazado de las curvas de nivel.

En la figura E7.5 se representan el plano acotado y las curvas de nivel del ejemplo E7.5.

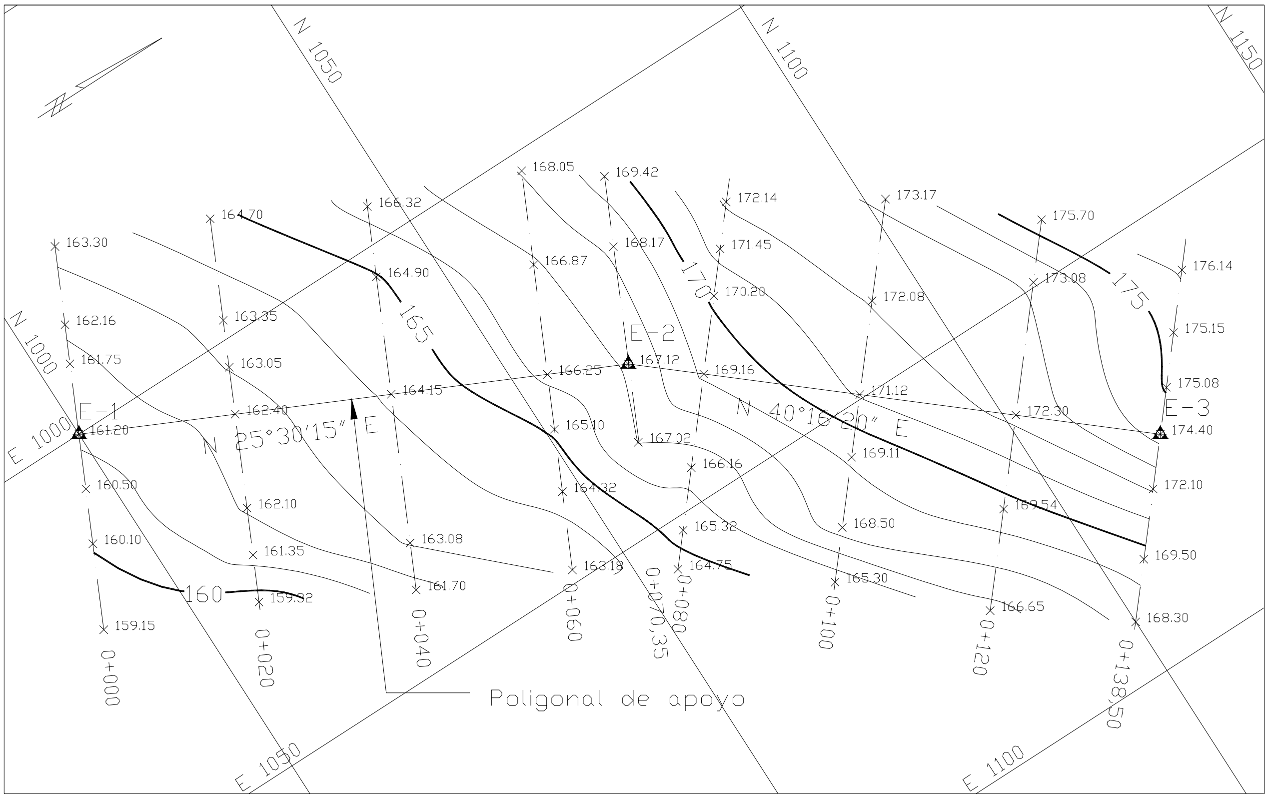


Figura E7.5. Levantamiento por secciones

Tabla TE7.5
Coordenadas de los vértices de la
Poligonal de apoyo

Pto	Progr.	Norte	Este	Cota
E-1	0 + 000,00	1.000,000	1.000,000	161,20
E-2	0 + 070,35	1.063,495	1.030,291	167,12
E-3	0 + 138,50	1.115,492	1.074,345	174,40

TE7.5 Continuación
Libreta de campo para levantamiento por secciones

Prog.	Izquierda			Eje	Derecha		
0 + 000	24/163,30	14/162,16	9/161,75	161,20	7/160,50	14/160,10	25/159,15
0 + 020	25/164,70	12/163,35	6/163,05	162,40	12/162,10	18/161,35	24/159,32
0 + 040	24/166,32	15/164,90		164,15	19/163,08		25/161,70
0 + 060	26/168,05	14/166,87		166,25	7/165,10	15/164,32	25/163,18
0 + 070,35	24/169,42		15/168,17	167,12	10/167,02		
0 + 080	22/172,54	16/171,45	10/170,20	169,16	12/166,16	20/165,32	25/164,75
0 + 100	25/175,70	17/172,08		171,12	8/169,11	17/168,50	24/165,30
0 + 120	25/175,70	17/173,08		172,30	12/169,54		25/166,65
0 + 138,50	21/176,14	13/175,15	6/175,08	174,40	7/172,10	16/169,50	24/168,30

Problemas Propuestos

7.1. Los datos que se dan a continuación corresponden a la libreta de campo de un levantamiento topográfico por taquimetría con teodolito y mira vertical. Elabore a escala conveniente, el plano acotado por el método de coordenadas polares.

Est.	PV	∠ Ang. Vert.		Acimut		Lect. en Mira LS	LM	LI	Descrip.
E1 Q=157,37 Hi=1,50	A	95	53	149	52	2.450	1,500	0,551	Esq.SE
	B	91	36	227	0	2,655	1,500	0,345	Esq.SW
	C	90	46	278	57	2,473	1,500	0,528	Esq. NO
	D	96	45	74	43	2,009	1,500	0,991	Esq. NE
	1	96	58	177	28	2,313	1,500	0,688	DREN
	2	96	39	223	55	2,063	1,500	0,938	DREN
	3	92	25	256	34	2,349	1,500	0,651	DREN
	4	85	3	314	42	1,685	1,500	1,316	DIV
	5	95	39	140	30	1,832	1,500	1,168	DIV
	6	95	52	142	24	2,306	1,500	0,694	DIV

Coordenadas de E1 (5.000,00; 7.500,00; 157,37)

7.2. Repita el problema 7.1 por el método de coordenadas rectangulares.

7.3. Con el plano acotado obtenido en la solución del problema 7.1 ó 7.2, elabore el plano de curvas de nivel con equidistancia de 1 m. Interpole utilizando ambos métodos estudiados y compare procedimientos.

7.4. Los datos que se dan a continuación corresponden al levantamiento topográfico de una superficie con estación total. Elabore, a escala conveniente, el plano acotado y trace las curvas de nivel con equidistancia de 1 m.

PUNTO	NORTE	ESTE	COTA	CLAS.
A	8.000,00	10.000,00	137,68	ESQ. SO
B	8.026,43	9.940,77	132,99	ESQ. NO
C	8.809,37	9.926,24	131,61	ESQ. N
D	8.100,80	10.001,38	131,40	ESQ. E
E	8.047,41	10.080,59	134,69	DREN-O
1	8.006,17	9.986,17	136,83	DREN-O
2	8.051,88	9.968,25	134,33	DREN-O
3	8.092,67	9.942,38	132,47	DREN-O
4	8.097,87	9.982,33	127,79	DREN-O
5	8.086,55	9.987,99	132,65	DREN-O
6	8.031,64	9.992,77	135,52	DREN-O
7	8.010,44	10.017,99	137,62	DREN-E
8	8.048,56	10.023,86	135,37	DREN-E
9	8.084,50	10.023,01	133,32	DREN-E
10	8.075,71	10.038,58	131,99	DREN-E
11	8.053,47	10.042,66	133,54	DREN-E
12	8.028,56	10.049,72	135,15	DREN-E

7.5. Dado el plano acotado de un levantamiento por cuadrícula, trace las curvas de nivel con equidistancia de 1 m.

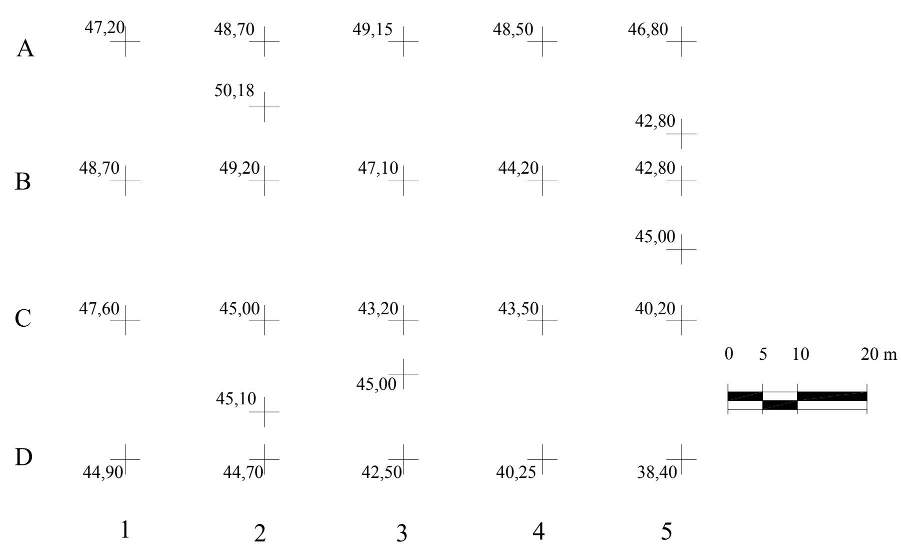


Figura P7.5

7.6. Los datos que se dan a continuación corresponden a un levantamiento topográfico por secciones. Elaborar el plano acotado a escala 1:1.000 y trace las curvas de nivel con equidistancia de 1 m.

Coordenadas de la poligonal de apoyo

Pto.	Prog.	Norte	Este
A	0 + 000,00	5.002,91	2.046,80
B	0 + 070,54	5.070,59	2.066,67
C	0 + 142,62	5.142,03	2.076,31

Secciones Transversales

Prog.	Dist. Eje	Cota	Clas.
0 + 000	-19,94	153,20	BI
	- 9,33	152,05	
	0,00	154,30	EJE
	25,00	158,30	BD
0 + 020	-30,00	163,45	BI
	-24,20	164,40	
	-10,17	162,08	
	0,00	160,11	EJE
	7,68	161,60	
	30,00	164,20	BD
0 + 040	-30,00	170,37	BI
	-20,90	171,80	
	0,00	170,00	EJE
	18,55	173,60	
	30,00	175,09	BD
0 + 060	-30,00	176,05	BI
	-15,99	177,06	
	0,00	179,33	EJE
	19,29	183,45	
	30,00	183,10	BD
0 + 080	-30,00	183,12	BI
	-11,70	183,50	
	0,00	186,24	EJE
	17,21	192,35	
	30,00	193,15	BD
0 + 100	-30,00	193,37	BI
	- 5,85	194,08	
	0,00	195,95	EJE
	30,00	199,11	BD
0 + 120	-30,00	201,02	BI
	-20,00	200,90	
	0,00	202,58	EJE
	13,25	204,14	
	30,00	204,50	BD
0 + 142,624	-30,00	207,76	BI
	-15,35	207,10	
	0,00	205,10	EJE
	30,00	205,78	BD